

УДК 514.7

УСЛОВИЯ РАЗРЕШИМОСТИ СМЕШАННОГО КРАЕВОГО УСЛОВИЯ В ТЕОРИИ БЕСКОНЕЧНО МАЛЫХ ИЗГИБАНИЙ

В.В. Казак¹, Н.Н. Солохин²¹ vkazak@pochta.ru; Южный федеральный университет² nik2007.72@mail.ru; Донской государственный технический университет

В работе изучаются бесконечно малые изгибания поверхностей положительной кривизны с краем, подчинённых на краю внешней связи смешанного типа. Устанавливается картина распределения собственных векторных полей для такой внешней связи при различных условиях.

Ключевые слова: Поверхность положительной кривизны, бесконечно малые изгибания, поле смещений, поле вращений, собственное векторное поле.

В работе продолжены исследования бесконечно малых изгибаний поверхностей положительной кривизны с краевым условием смешанного типа

$$\alpha(\bar{U}\bar{\ell}) + \beta(\bar{V}\bar{L}) = \sigma \text{ на } \partial S, \quad (1)$$

начатые в работах [1], [2].

Краевая задача

$$\begin{cases} d\bar{U}d\bar{r} = 0 \text{ на } S, \\ \alpha(\bar{U}\bar{\ell}) + \beta(\bar{V}\bar{L}) = \sigma \text{ на } \partial S, \end{cases} \quad (2)$$

где $\bar{U} = \bar{U}(x; y)$, $\bar{V} = \bar{V}(x; y)$ — векторы смещения и вращения бесконечно малого изгибания поверхности, векторные поля $\bar{\ell}$, \bar{L} и функции α , β , σ принадлежат классу C^μ , $0 < \mu < 1$, сводится к краевой задаче Пуанкаре для обобщённых аналитических функций:

$$\begin{cases} w_{\bar{z}} + B\bar{w} = 0, & z \in D, \\ \operatorname{Re}\{\bar{a}(t)w_t + b(t)w\} = \sigma, & t \in \partial D \end{cases} \quad (3)$$

В случае $\bar{L} = \bar{n}$ (вектор нормали) квазикорректность задачи (2), (3) изучается методами работы [3].

Теорема. Для односвязной поверхности S , $S \in C^{3,\mu}$, $0 < \mu < 1$, положительной гауссовой кривизны $K \geq k_0 > 0$ векторное поле $\bar{\ell}$, $\bar{\ell} \in S$, $\bar{\ell} \in C^{1,\mu}$, $0 < \mu < 1$ является собственным тогда и только тогда, когда краевое условие $\alpha(\bar{U}\bar{\ell}) + \beta(\bar{V}\bar{n}) = 0$ почти жёстко с $p > 2\operatorname{Ind}(\alpha + i\beta) + 3$ степенями свободы. Неоднородная связь $\alpha(\bar{U}\bar{\ell}) + \beta(\bar{V}\bar{n}) = \sigma$ совместима с бесконечно малыми изгибаниями тогда и только тогда, когда функция $\sigma(s)$ удовлетворяет $p - 2\operatorname{Ind}(\alpha + i\beta) - 3$ условиям разрешимости. Всякое поле, не являющееся собственным, порождает квазикорректную, почти жёсткую с $p = 2n + 3$ степенями связь $\alpha(\bar{U}\bar{\ell}) + \beta(\bar{V}\bar{n}) = \sigma$.

Для семейств векторных полей $\bar{\ell}_\varepsilon = \bar{k} + \varepsilon c_1 \bar{\ell}_0$, где ε — числовой параметр, c_1 — заданная функция, краевая задача (2) сводится к виду

$$\begin{cases} w_{\bar{z}} + q_1 w_z + q_2 \bar{w}_{\bar{z}} = 0, \\ \operatorname{Re}\{\bar{a}(t)w_t + \varepsilon b(t)w\} = \sigma, & t \in \partial D, \end{cases} \quad (4)$$

Теорема. Краевая задача (4) является квазикорректной с $2n+3$ степенями свободы при $n \geq 0$ для всех значений ε , $\varepsilon \in (-\infty, \infty)$, за исключением, быть может счётного множества значений ε_k , $k = 1, 2, \dots$ ($0 < |\varepsilon_1| < |\varepsilon_2| < \dots$). Значениям $\varepsilon = \varepsilon_k$, $k = 1, 2, \dots$ соответствуют собственные векторные поля смешанного краевого условия (1).

Литература

1. Фоменко В.Т. О квазикорректности внешних связей в теории бесконечно малых изгибов // СМЖ. – 1974. – Т. XV. № 1. – С. 152 – 161.
2. Казак В. В., Солохин Н. Н. О квазикорректности смешанного краевого условия для одного класса поверхностей // Современные проблемы математики и механики. Т. VI, выпуск 2. Издательство Московского университета, 2011. – С. 212–216.
3. Данилюк И. И. О задаче с наклонной производной // Сиб. матем. журн. . Т. 3. № 1. 1962. – С. 18–55.

CONDITIONS OF RESOLVABILITY OF THE MIXED REGIONAL CONDITION IN THE THEORY OF INFINITESIMAL BENDINGS

V.V. Kazak, N.N. Solokhin

In work infinitesimal bendings surfaces of positive curvature with edge, sub-ordinates on edge of external communication of the mixed type are studied. The picture of distribution of own vector fields for such external communication under various conditions is established.

Keywords: A surface of positive curvature, infinitesimal bendings, a field of displacement, a field of rotations, own vector field.

УДК 517.518.234 ; 517.548.3

ОБ ИЗОМОРФНОСТИ НЕКОТОРЫХ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ПРОСТРАНСТВ ПРИ ДЕЙСТВИИ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ

С.Б. Климентов¹

¹ sbklimentov@sfsu.ru; Южный федеральный университет, Южный математический институт ВШ РАН

В работе рассматриваются представления второго рода для решений общей эллиптической системы первого порядка в единичном круге. Установлено, что используемые при этом операторы есть изоморфизмы банаховых пространств $C_\alpha^k(\bar{D})$ и $W_p^k(\bar{D})$, $k \geq 1$, $0 < \alpha < 1$, $p > 2$.

Ключевые слова: Общая линейная эллиптическая система первого порядка, представление второго рода.

Обозначим $D = \{z : |z| < 1\}$ единичный круг комплексной z -плоскости E_z , $z = x + iy$, $i^2 = -1$; $\Gamma = \partial D$ — граница круга D ; $\bar{D} = D \cup \Gamma$.

В работе используются следующие функциональные пространства со стандартными нормами в них: $L_p(\bar{D})$ — пространство суммируемых с показателем $p \geq 1$ в \bar{D} функций; $W_p^k(\bar{D})$, $k = 0, 1, \dots$, $p \geq 1$, — класс функций, имеющих в \bar{D} обобщённые в смысле Соболева производные до k -го порядка, суммируемые с показателем p ,